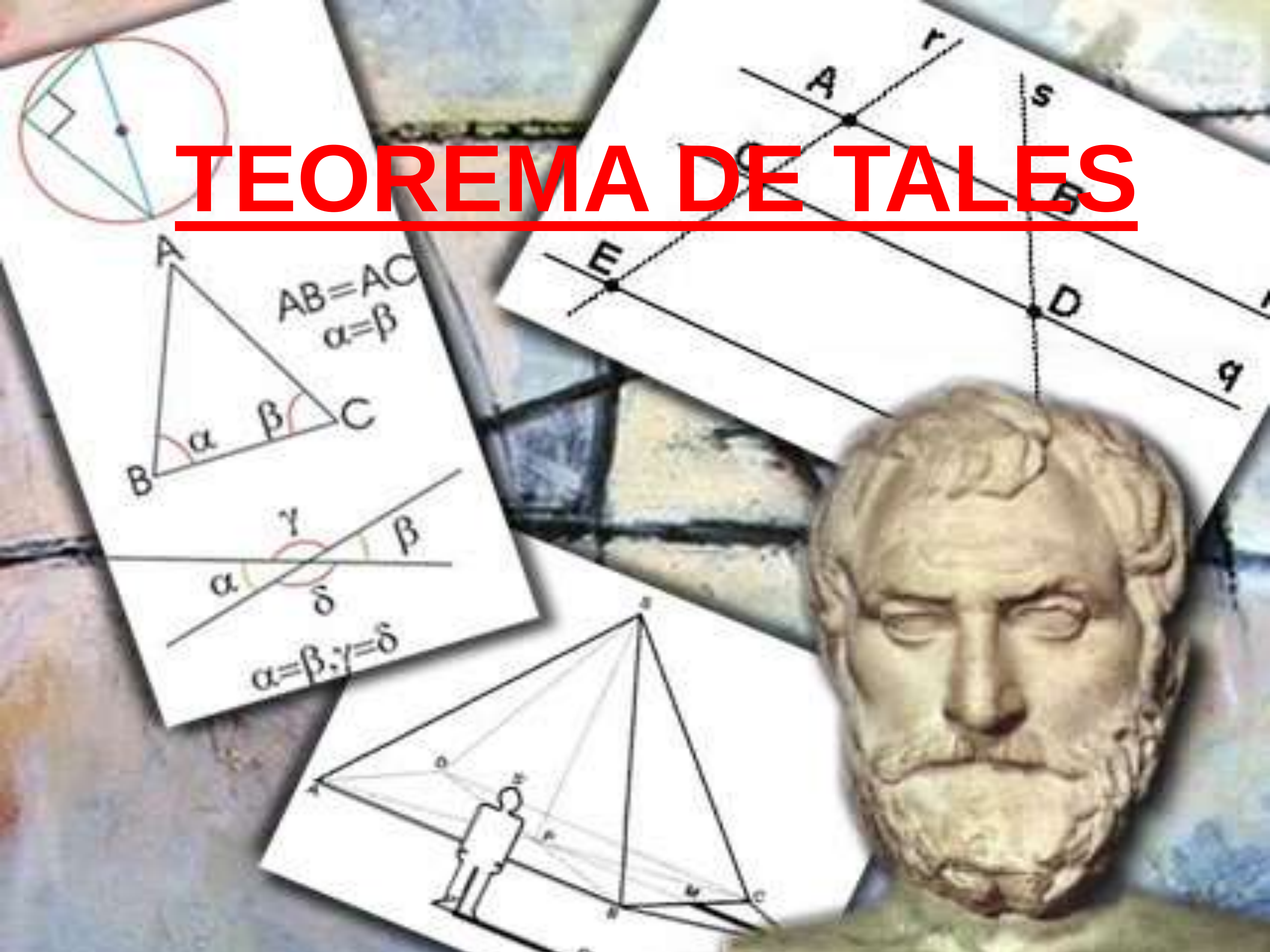
MONTEIRO LOBATO

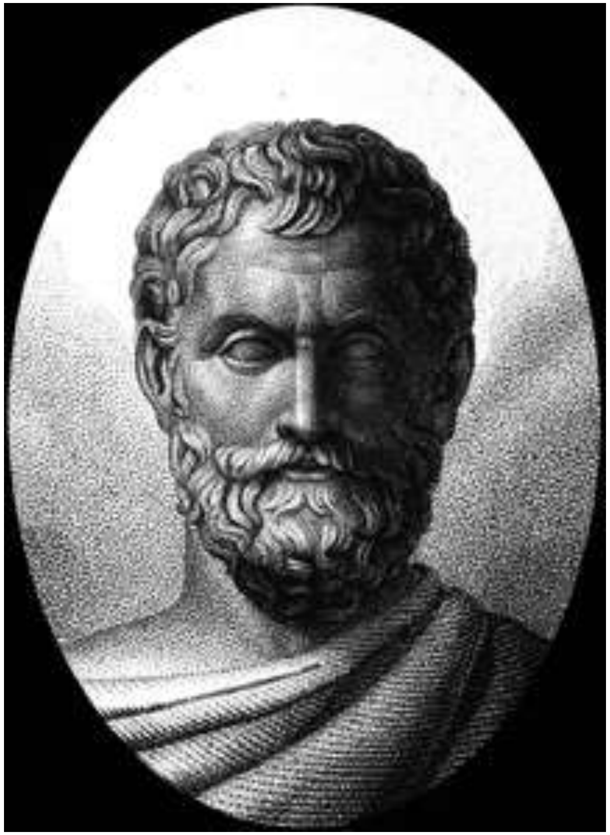
Teorema de Tales e Semelhança de triângulos

Prof° Carlos

TEOREMA DE TALES



QUEM FOI TALES?



Tales de Mileto foi o primeiro filósofo ocidental de que se tem notícia. Considerado um dos sete sábios da antiguidade e também o “pai da filosofia”, **Tales preocupou-se em entender e explicar o universo, em vez de simplesmente curvar-se diante de seus mistérios.**

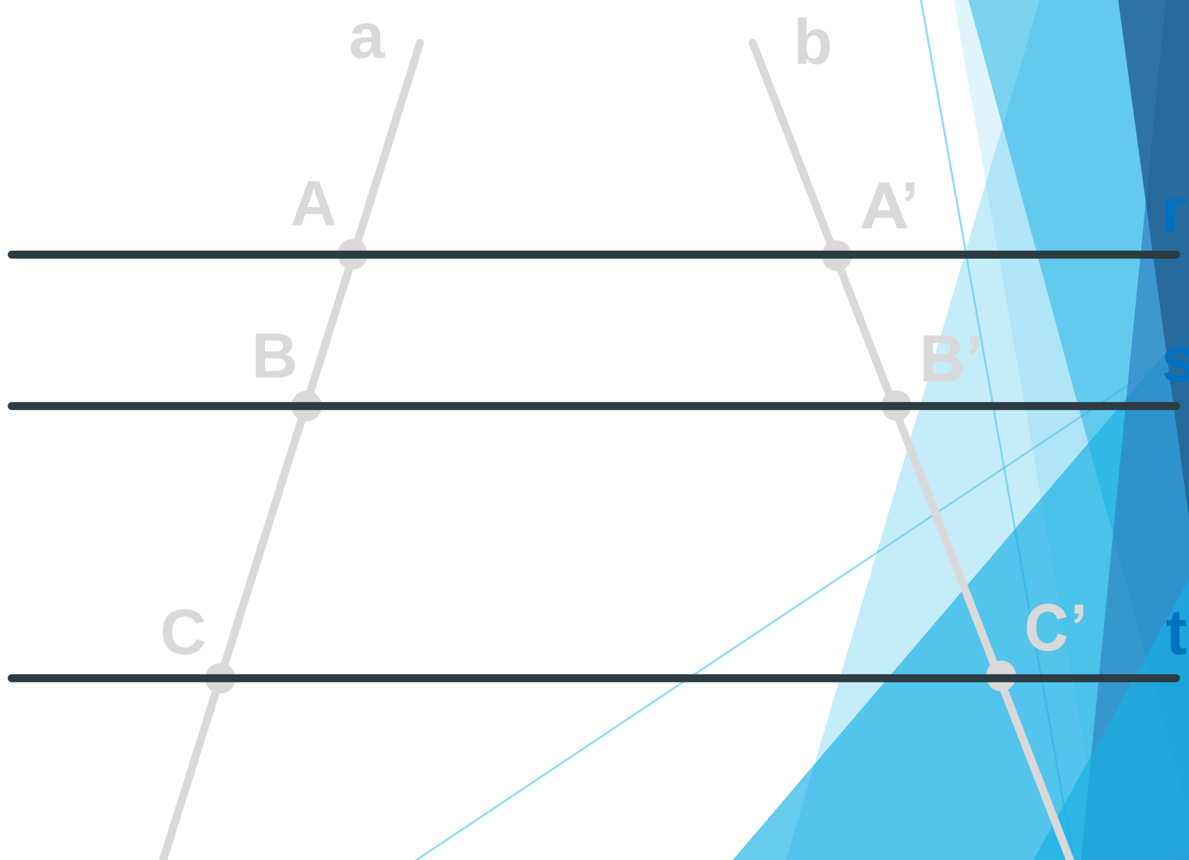
Segundo alguns historiadores, Tales foi comerciante, o que lhe rendeu recursos suficientes para dedicar-se a suas pesquisas. Tales provavelmente viajou para o Egito e a Babilônia, entrando em contato com astrônomos e matemáticos. Depois de aposentado, **passou a dedicar-se à matemática, estabelecendo os fundamentos da geometria.**

FEIXE DE PARALELAS

Feixe de retas paralelas é um conjunto de **retas distintas de um plano**, e que são **paralelas entre si**. Na figura a seguir, o feixe de retas paralelas está representado pelas retas **r**, **s** e **t**.

Nomeando às retas do feixe e indicando que são paralelas entre si, utilizando a simbologia apropriada

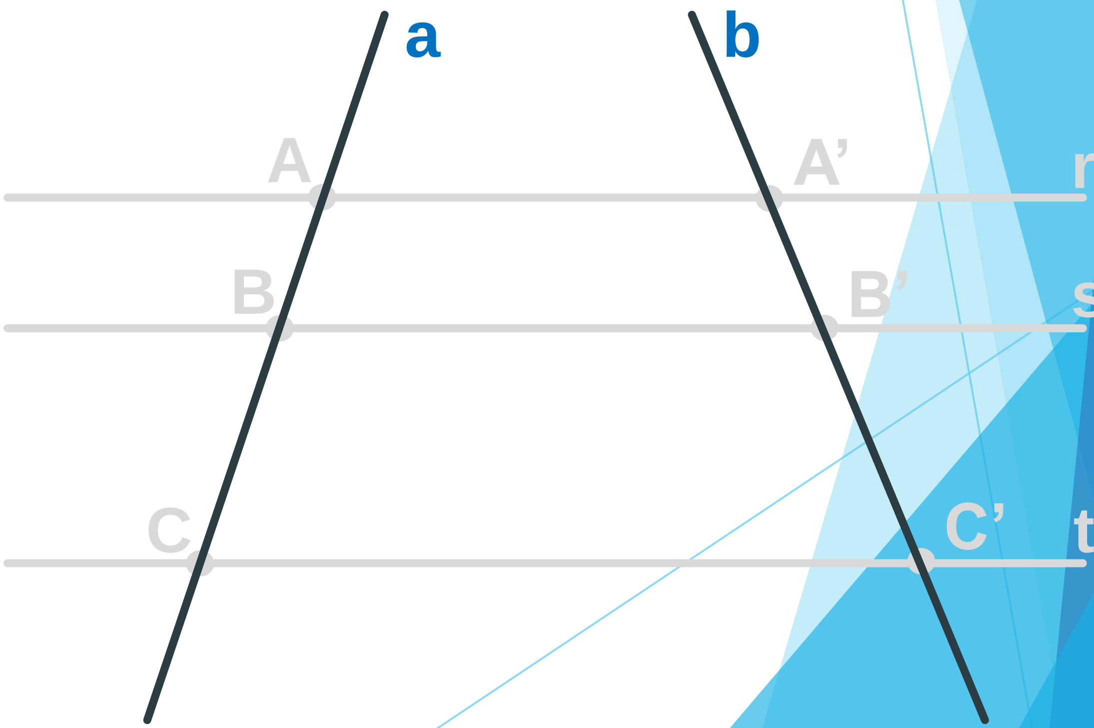
r // s // t

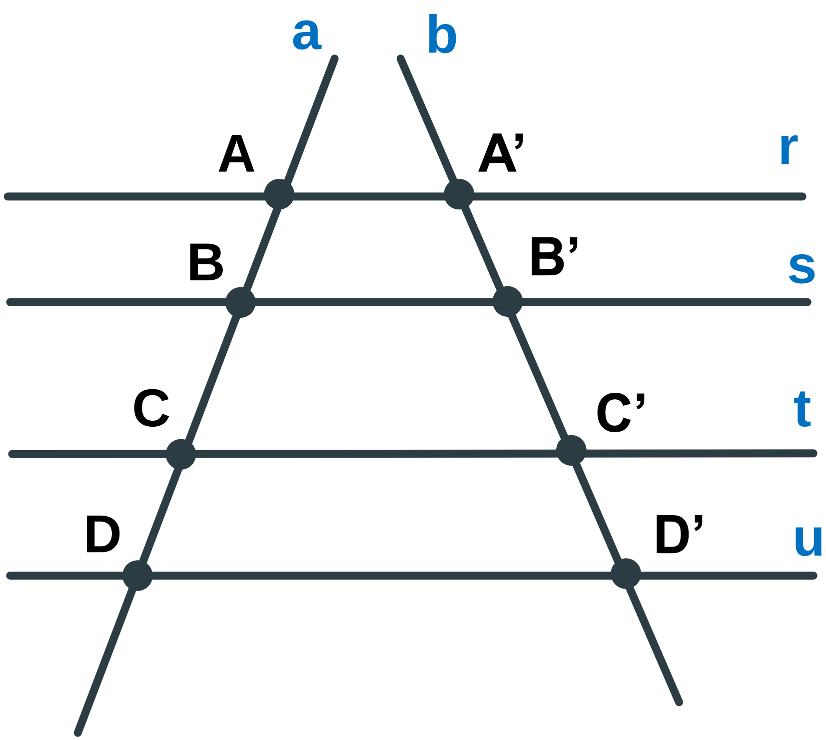


RETAS TRANSVERSAIS

Retas transversais ao feixe de retas paralelas são retas do plano do feixe que **intersectam (“cruzam”/“cortam”) todas as retas do feixe**.

Na figura a seguir, as retas transversais estão representadas pelas retas **a** e **b**.





→ **A** e **A’** são denominados **pontos correspondentes**. **B** e **B’**, **C** e **C’**, **D** e **D’** também.

→ **AB** e **A’B’** são denominados **segmentos correspondentes.** **BC** e **B’C’, AC** e **A’C’, BD** e **B’D’** (...) também.

TEOREMA DE TALES

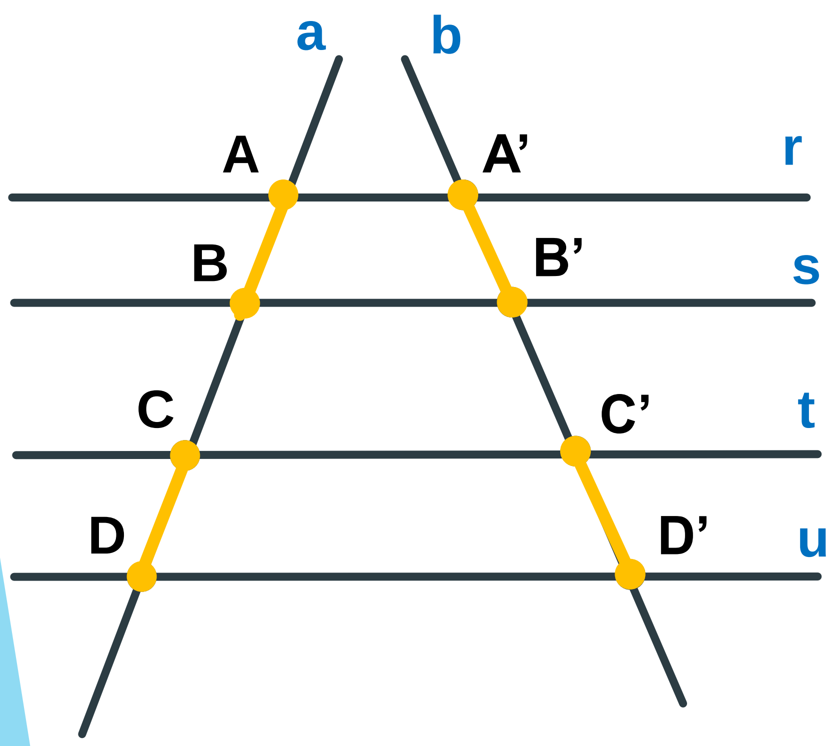
Feixes de retas paralelas intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes.

ou ainda

Se duas retas transversais intersectam um feixe de retas paralelas, então a razão (divisão) entre quaisquer dois segmentos de uma transversal será igual à razão dos segmentos correspondentes da outra transversal.

TEOREMA DE TALES

Feixes de retas paralelas intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes.

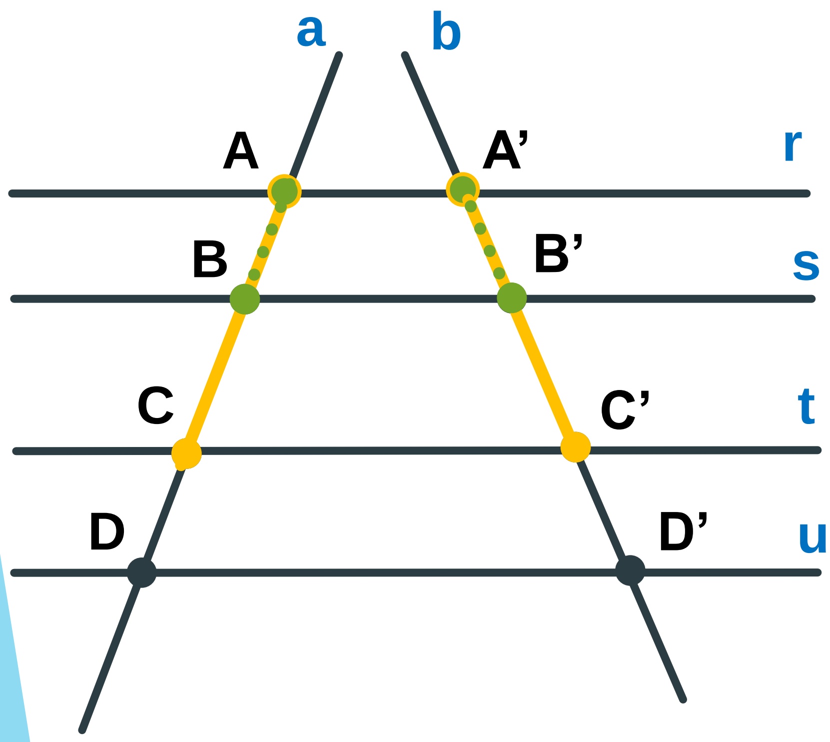


Assim, podemos concluir a seguinte relação, que segue (de acordo com o Teorema de Tales) uma PROPORÇÃO:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

TEOREMA DE TALES

Feixes de retas paralelas intersectadas por segmentos transversais **formam** segmentos de retas proporcionalmente correspondentes.

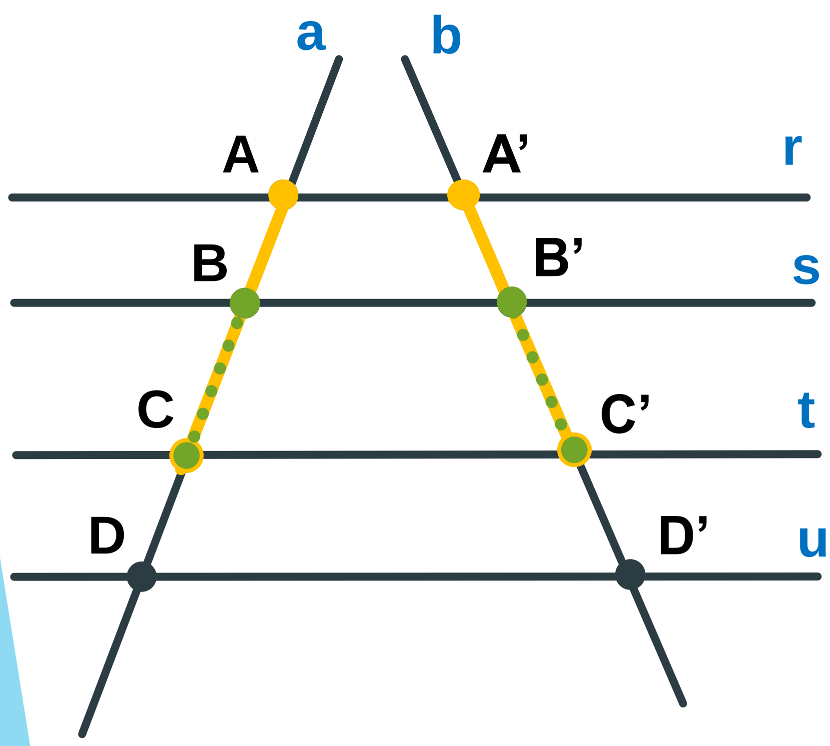


Assim, podemos concluir a seguinte relação, que segue (de acordo com o Teorema de Tales) uma PROPORÇÃO:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$$

TEOREMA DE TALES

Feixes de retas paralelas intersectadas por segmentos transversais **formam** segmentos de retas proporcionalmente correspondentes.



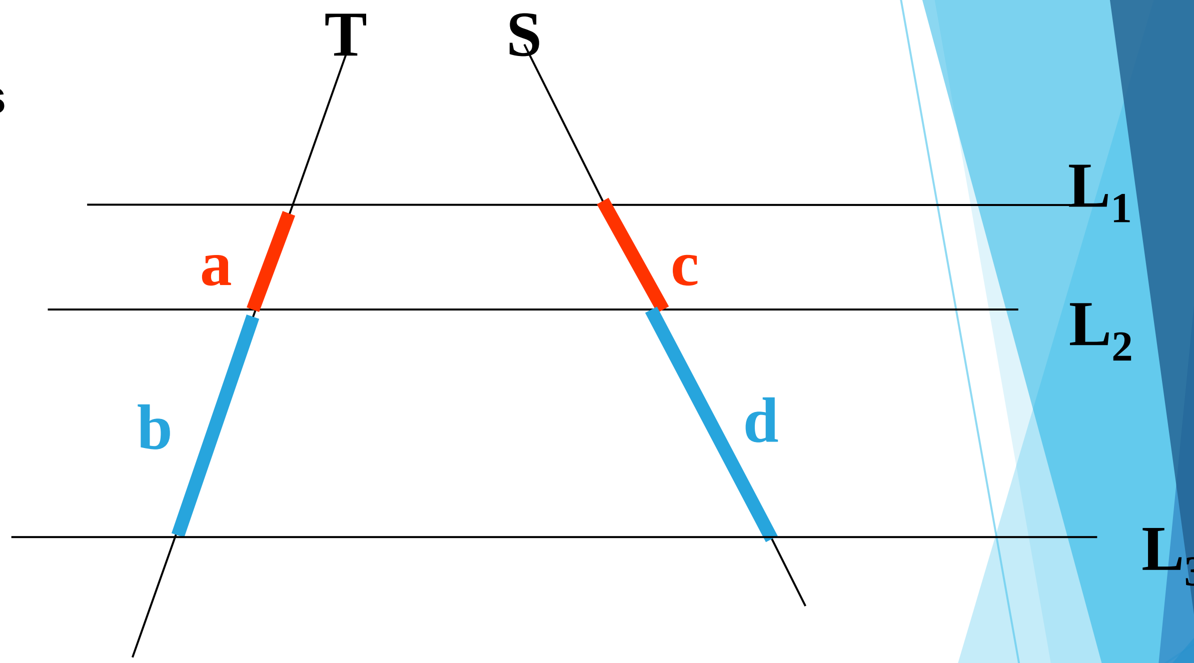
Assim, podemos concluir a seguinte relação, que segue (de acordo com o Teorema de Tales) uma PROPORÇÃO:

$$\boxed{\frac{AC}{BC} = \frac{A'C'}{B'C'}}$$

(...)

L_1 // L_2 // L_3
T e S são transversais

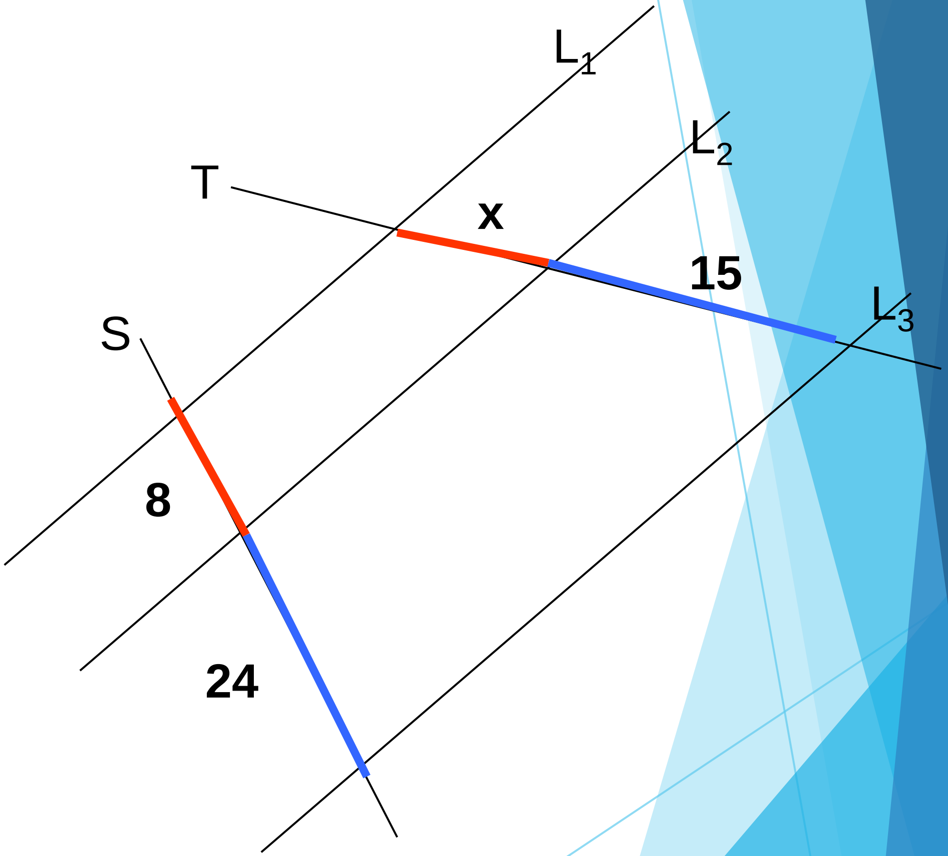
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



Exemplo:

1 – Na figura $L_1 // L_2 // L_3$, T e S transversais, calcular a medida de x

$$\frac{8}{24} = \frac{X}{15}$$



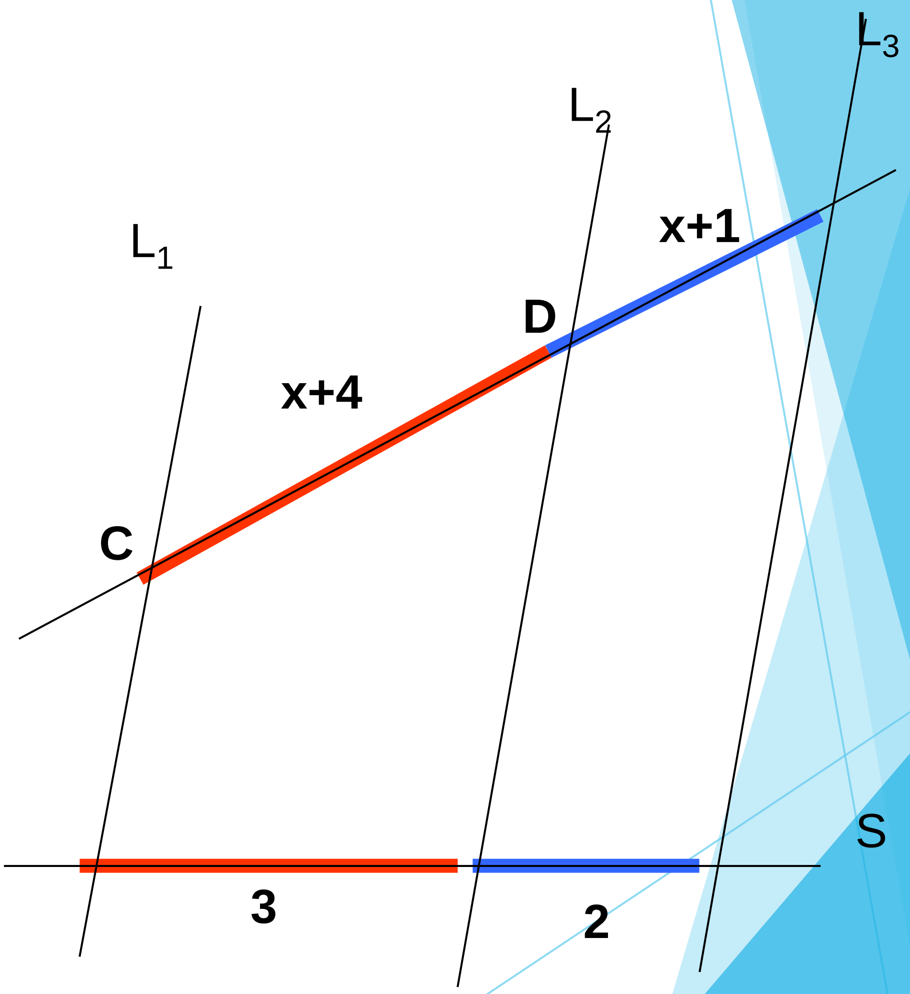
$24 \cdot x = 8 \cdot 15$

$X = \dfrac{8 \cdot 15}{24}$

$X = 5$

2 – Na figura $L_1 // L_2 // L_3$, T e S saõ transversais, calcular x e o valor de CD

$$\frac{3}{2} = \frac{x+4}{x+1}$$



3(x + 1) = 2(x + 4)

3x + 3 = 2x + 8

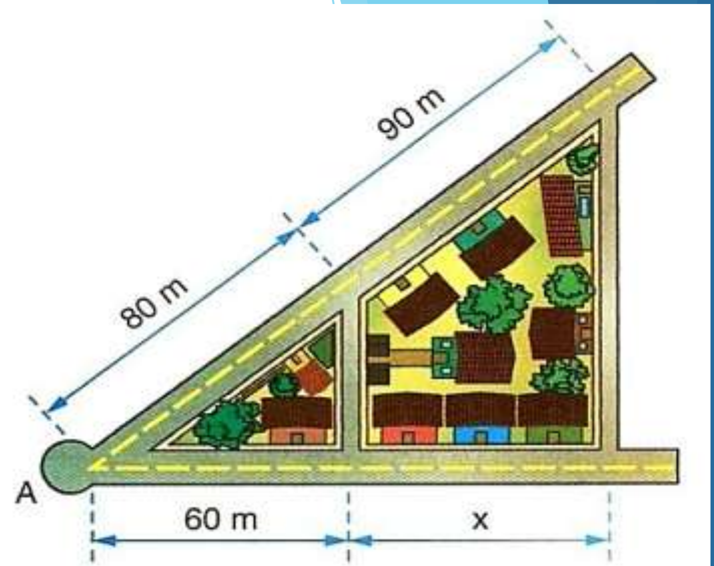
3x - 2x= 8 - 3

X=5

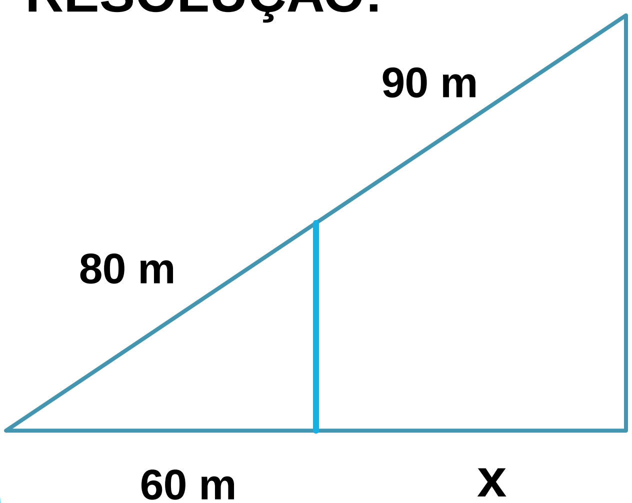
Logo, como CD = x + 4

CD= 5 + 4 = 9

3 - A figura abaixo nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas tem **80 m** e **90 m** de comprimento, respectivamente. Na segunda avenida, um dos quarteirões determinados mede **60 m.** Qual o comprimento do outro quarteirão?



RESOLUÇÃO:



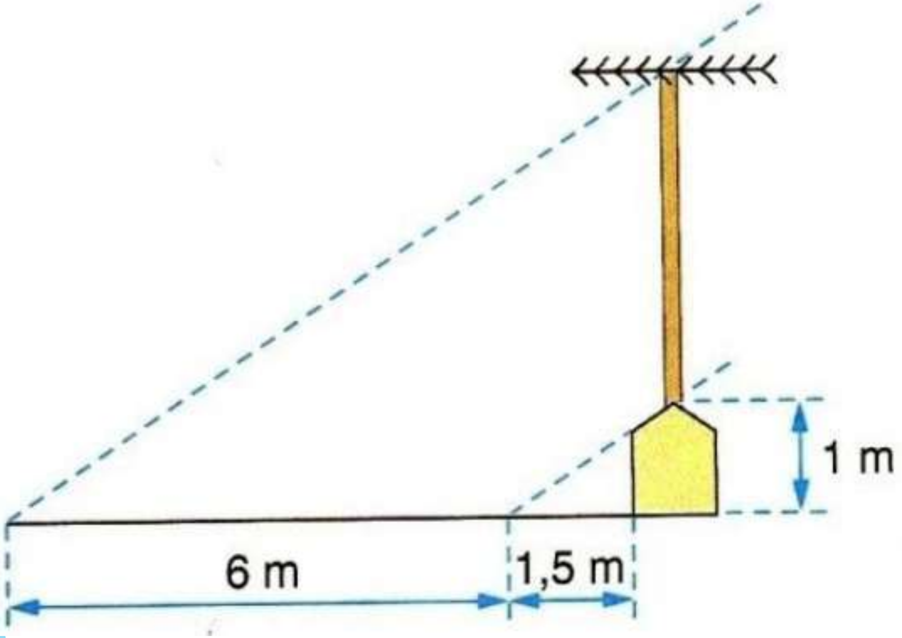
APLICANDO O TEOREMA DE TALES...

$$\frac{60}{x} = \frac{80}{90}$$

$$80x = 5400$$

$$\boxed{x = 67{,}5 \text{ m}}$$

4 - Uma antena de tevê é colocada sobre um bloco de concreto, como mostra a figura. Esse bloco tem 1 m de altura. Em certo instante, a antena projeta uma sombra de 6 m, enquanto o bloco projeta uma sombra de 1,5 m. Nessas condições, qual é a altura da antena?

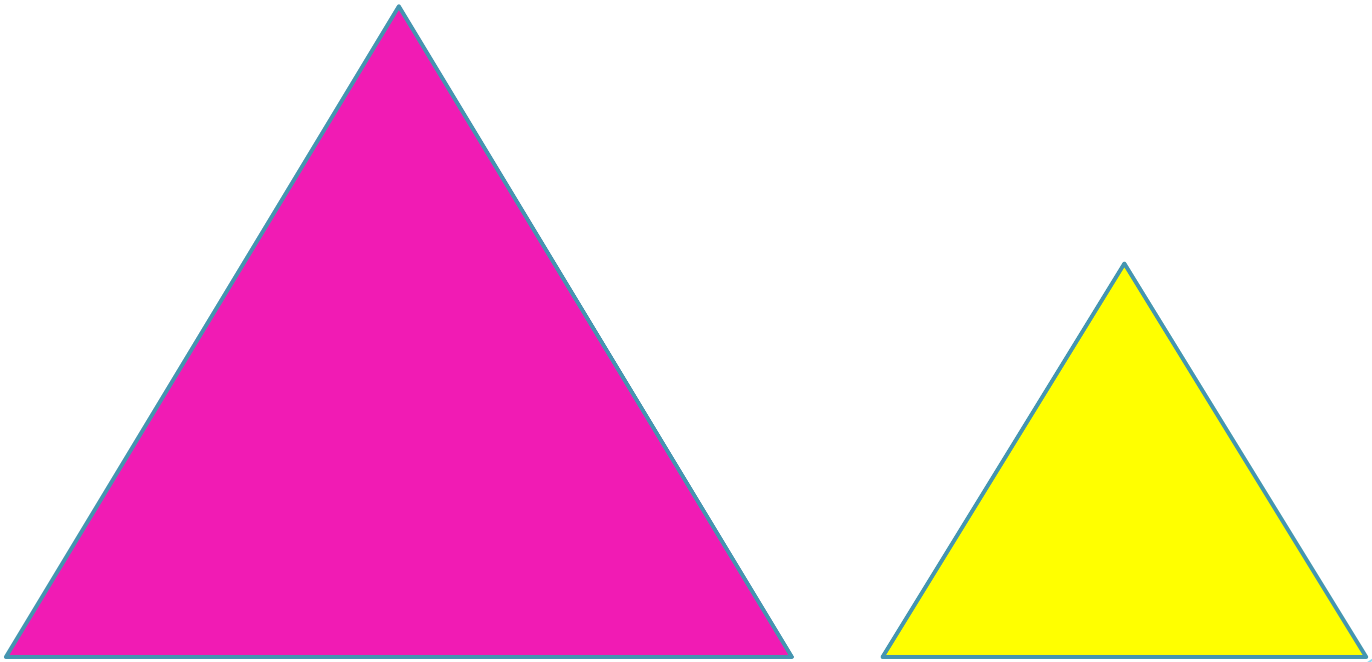


$$\frac{1}{x} = \frac{1,5}{6}$$

$$1,5x = 6$$

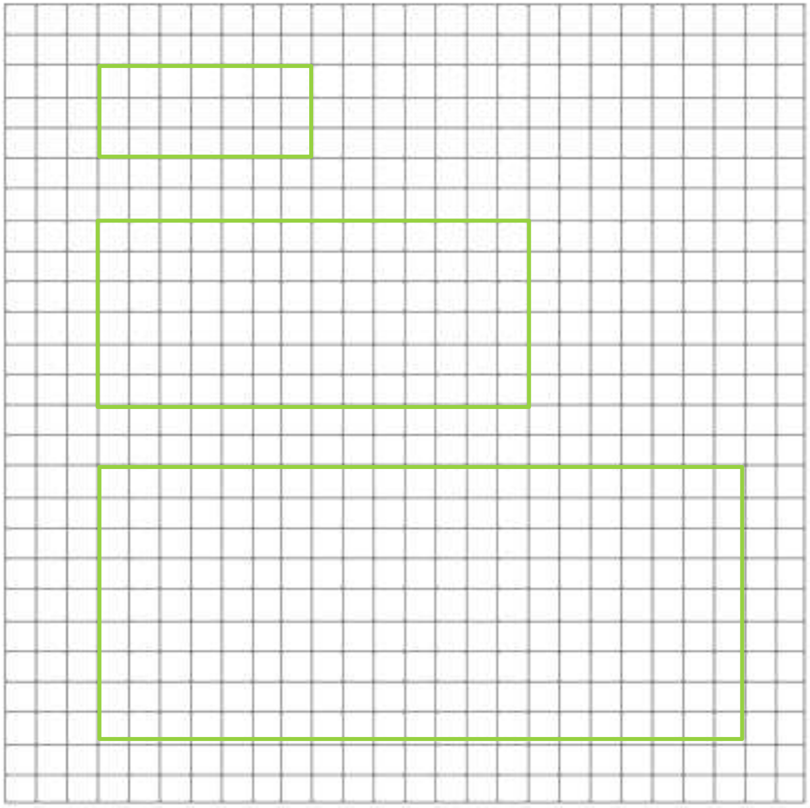
$$x = 4\text{ m}$$

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



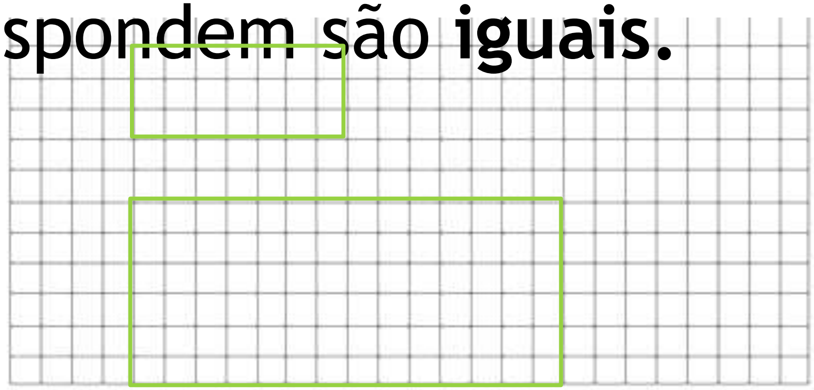
O conceito de semelhança

- Ampliando e reduzindo figuras simples:

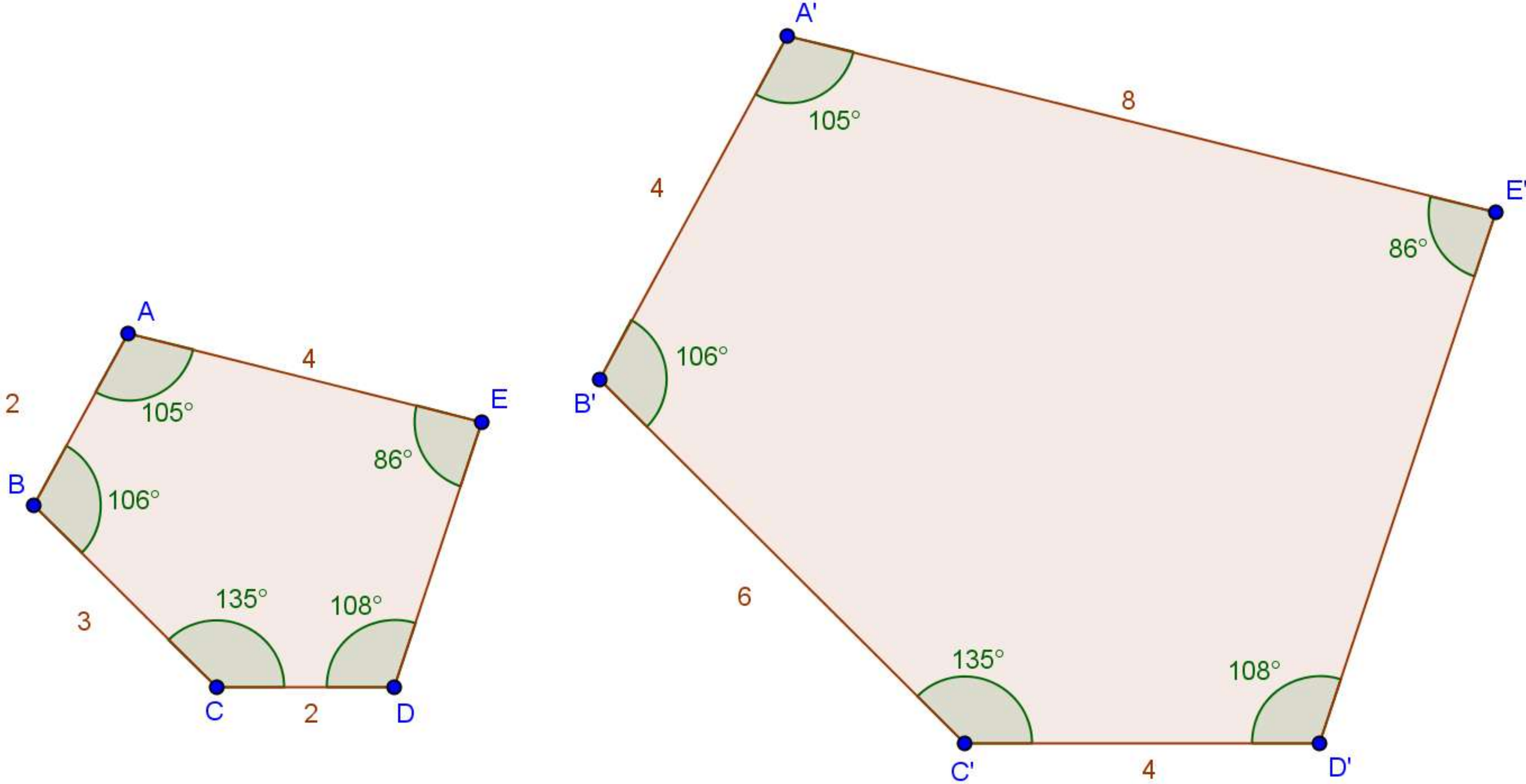


DEFINIÇÃO DE POLÍGONOS SEMELHANTES

- Dois polígonos são semelhantes quando satisfazem, simultaneamente, duas condições:
  - As **medidas dos lados** que se correspondem são **proporcionais.**
  - As **medidas dos ângulos** que se correspondem são **iguais.**



POLÍGONOS SEMELHANTES

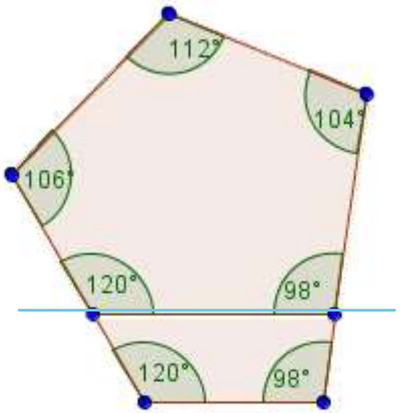


Polígonos semelhantes:

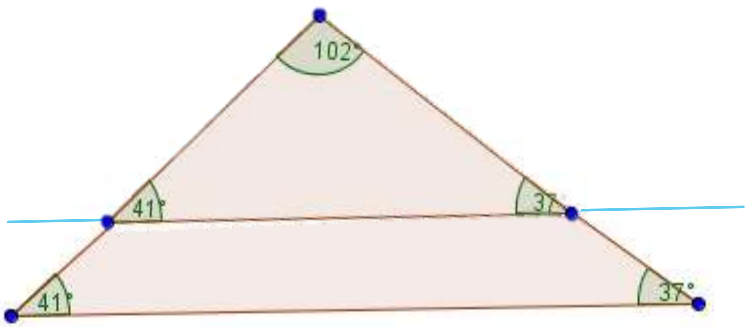
ângulos "iguais" e **lados proporcionais.**

Prof: Alexsandro de Sousa

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



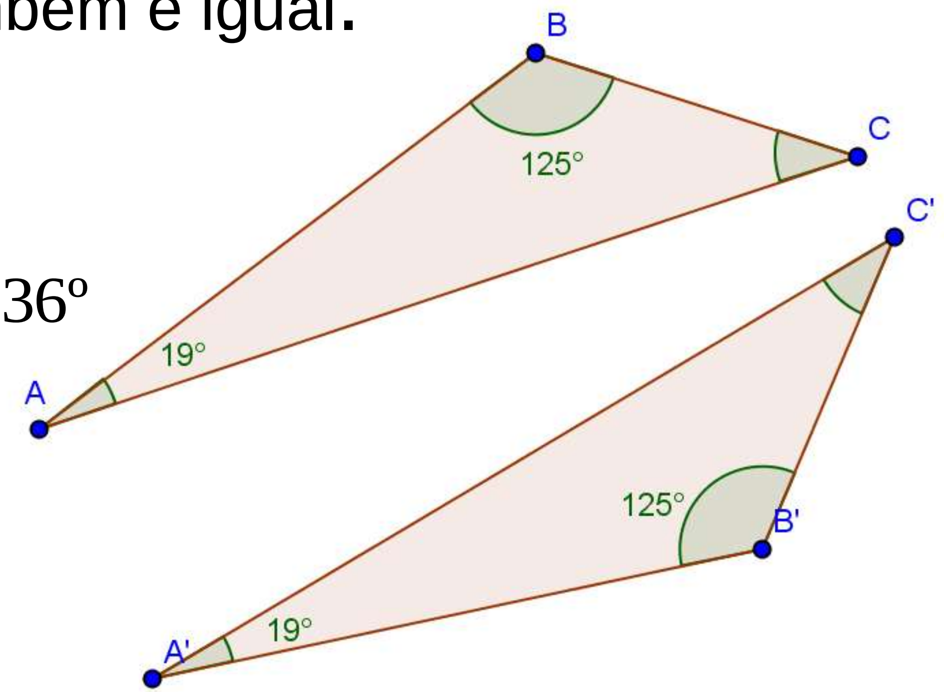
Polígono qualquer: corte paralelo a um dos lados determina ângulos iguais mas lados não necessariamente proporcionais



Triângulo qualquer : corte paralelo a um dos lados determina ângulos iguais e lados proporcionais.

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

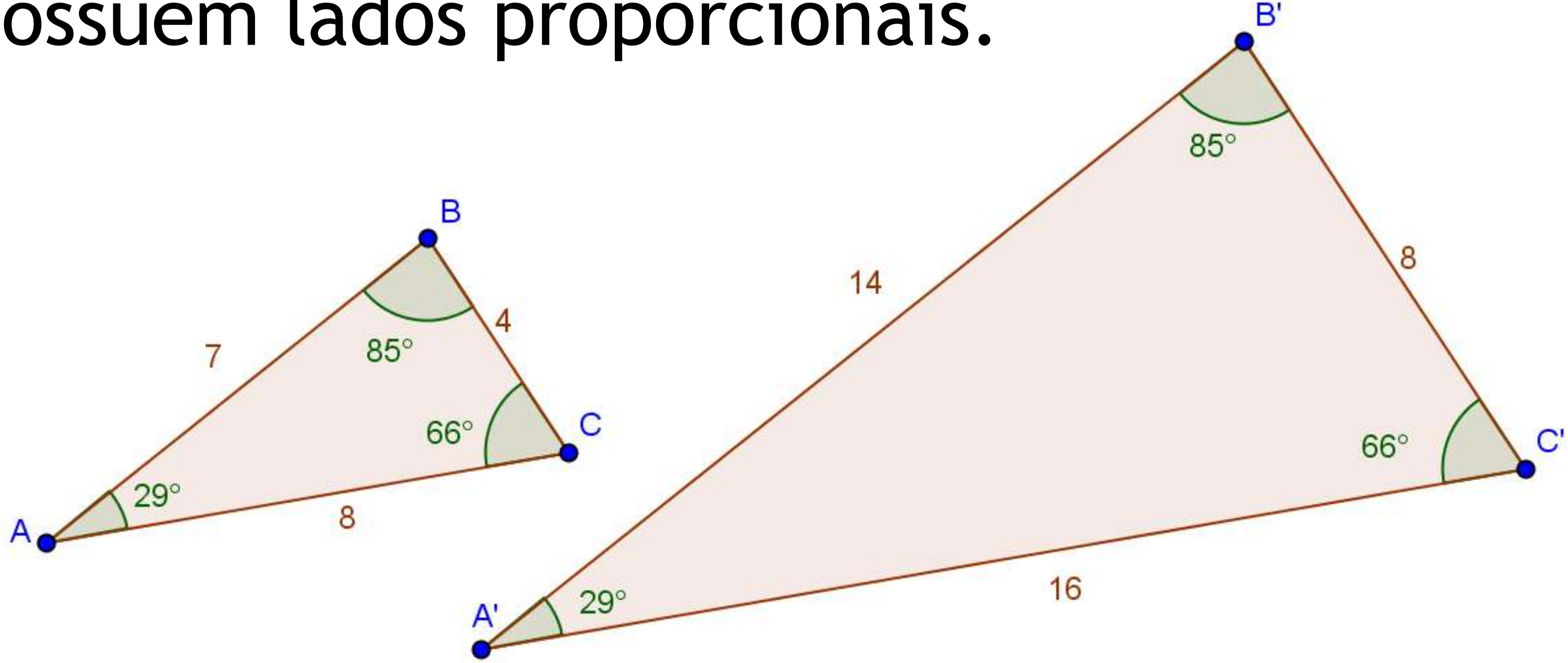
- A forma de um triângulo fica completamente definida quando são conhecidos os seus ângulos.
- Na verdade, a forma de um triângulo fica completamente definida quando são conhecidos **2 de seus 3 ângulos.**
- Ou seja, se dois triângulos possuem dois ângulos iguais, o terceiro ângulo de ambos também é igual**.**



Neste caso, os ângulos $\hat{C} = \hat{C}' = 36^{o}$

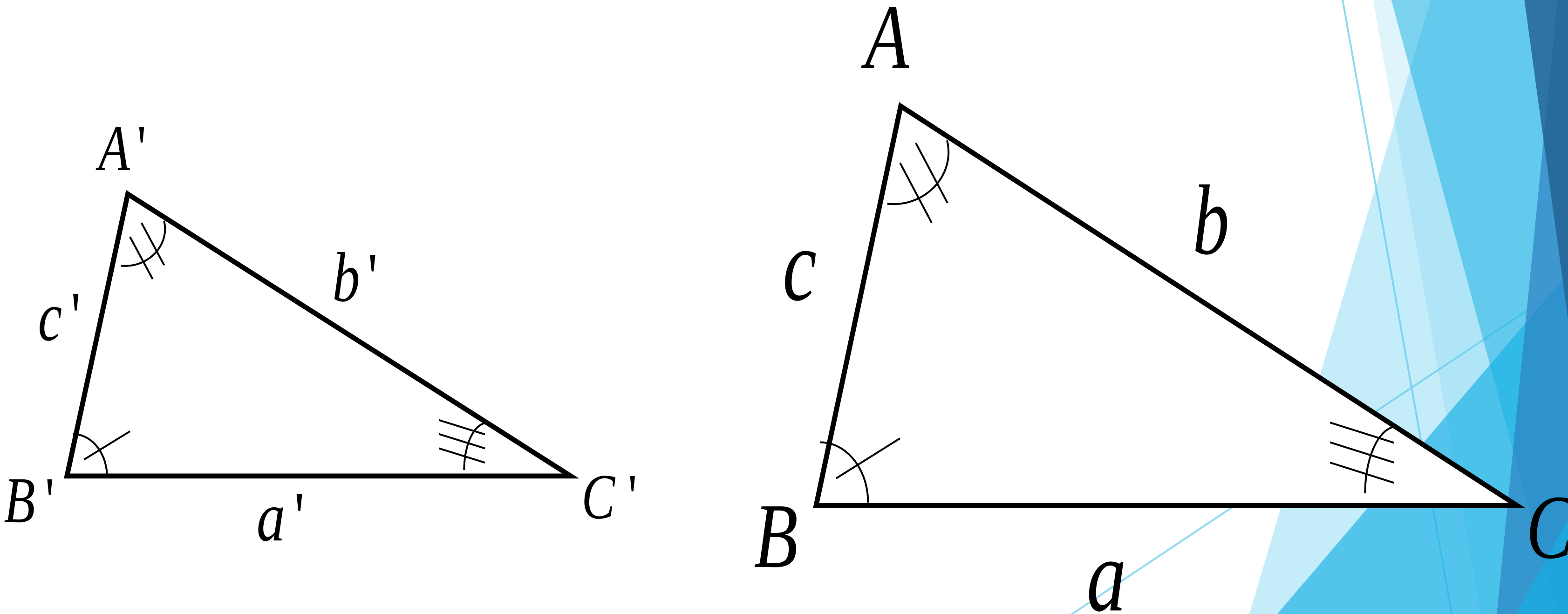
Pois a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º

- Se os dois triângulos possuem (dois) ângulos iguais então, consequentemente, possuem lados proporcionais.



Definição [Semelhança de Triângulos]

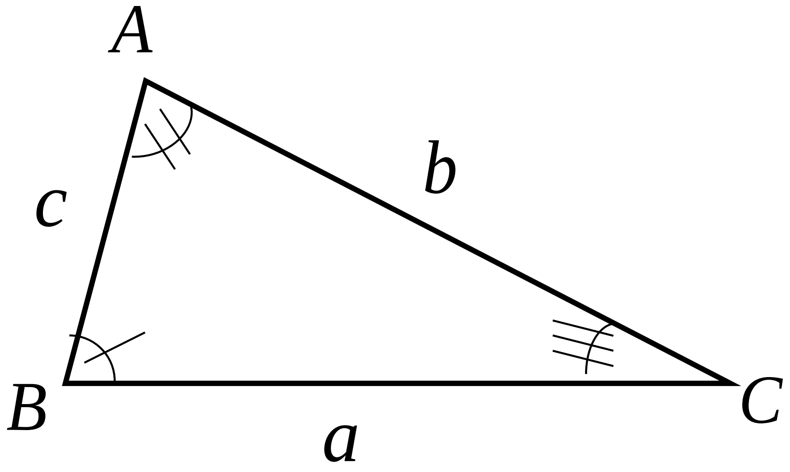
Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados correspondentes (homólogos) proporcionais.



[*Observação*]

(1) Ao maior lado opõe-se o maior ângulo,

(2) Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois (desigualdade triangular), ou seja:



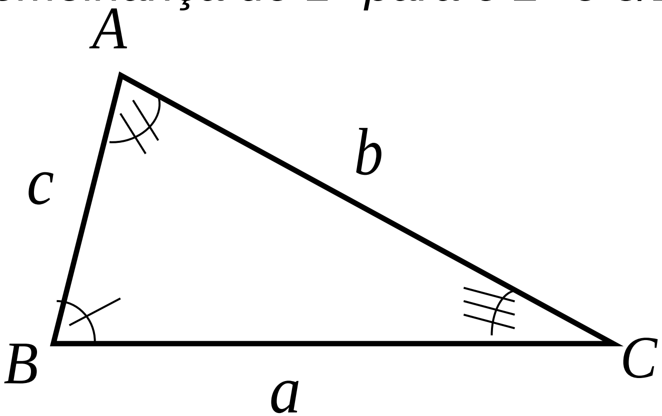
$$a < b + c$$

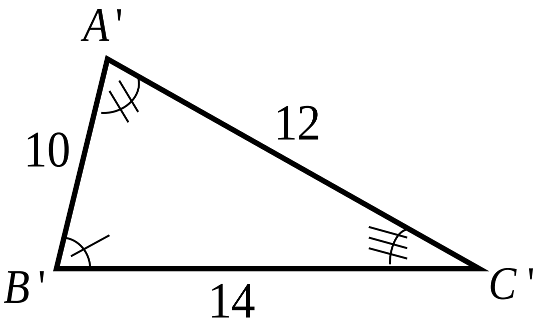
$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

Exemplo 1

Os triângulos ABC e A’B’C’ da figura abaixo são semelhantes. Se a razão de semelhança do 1° para o 2° é 3/2, determine Os lados do ▲ABC,

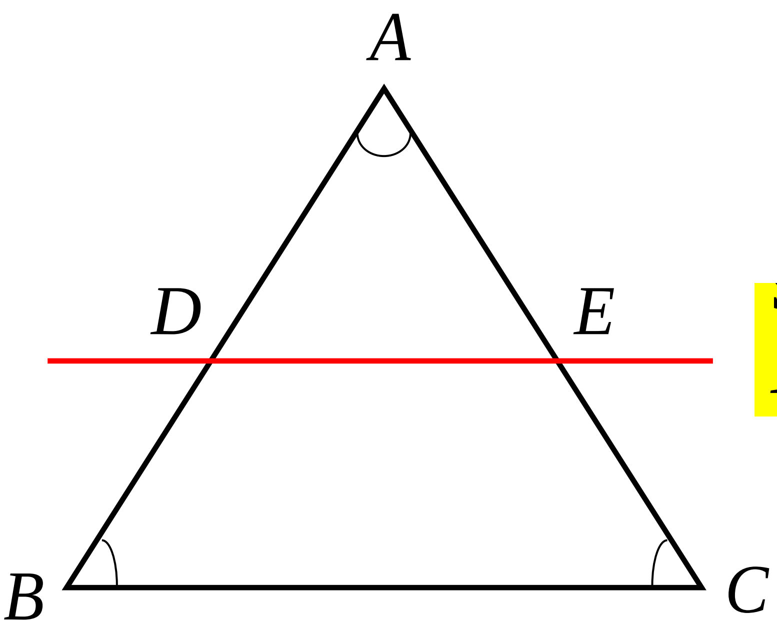




$$\frac{a}{14}=\frac{b}{12}=\frac{c}{10}=\frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{14}=\dfrac{3}{2} \Rightarrow a=21 \\ \dfrac{b}{12}=\dfrac{3}{2} \Rightarrow b=18 \\ \dfrac{c}{10}=\dfrac{3}{2} \Rightarrow c=15 \end{cases}$$

[*Teorema Fundamental*]

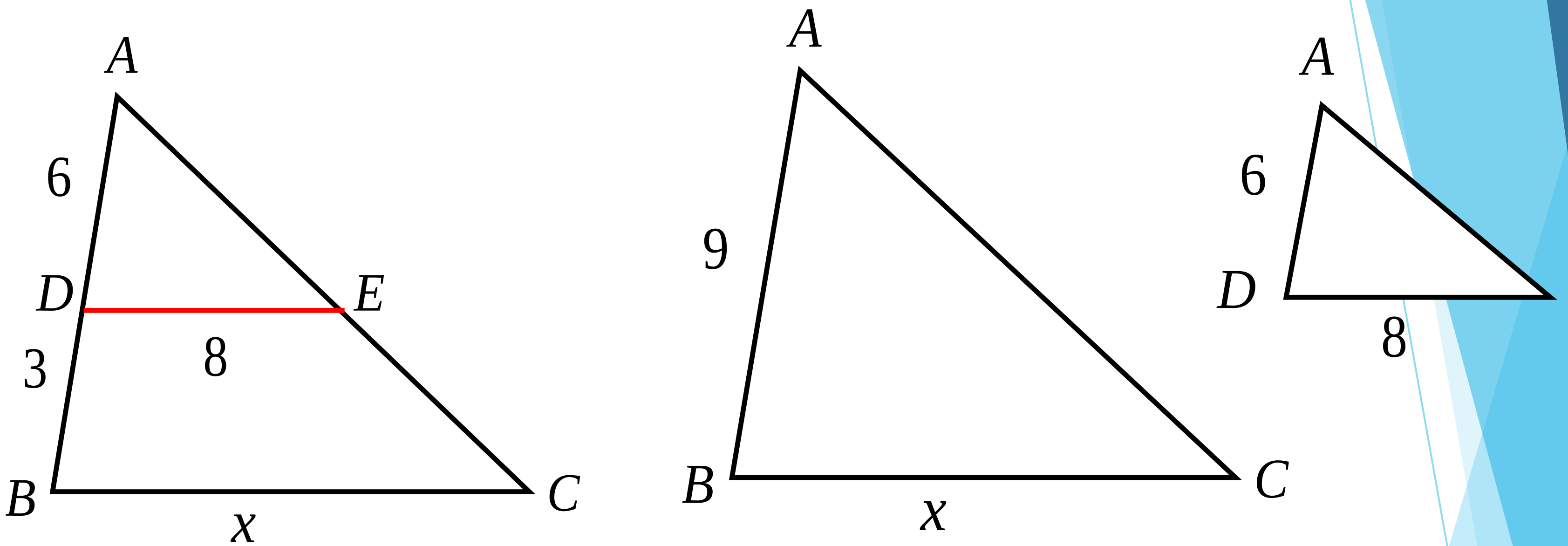
Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.



$$\overleftrightarrow{DE} \,//\, \overleftrightarrow{BC} \Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC$$

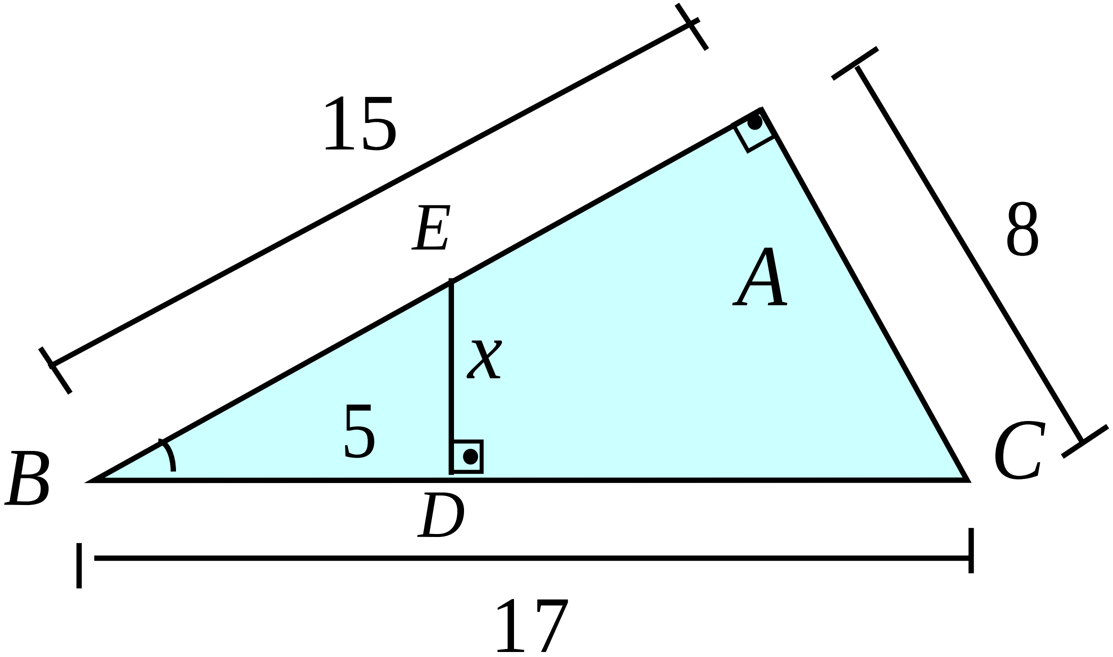
Exemplo 2

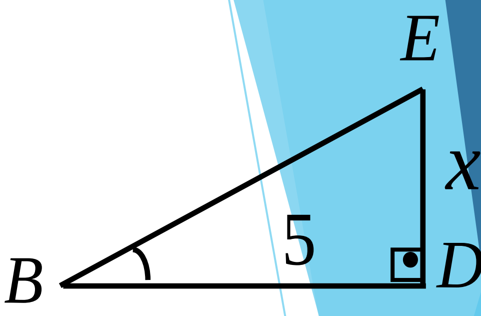
Se as retas DE e BC são paralelas, determine o valor de x.

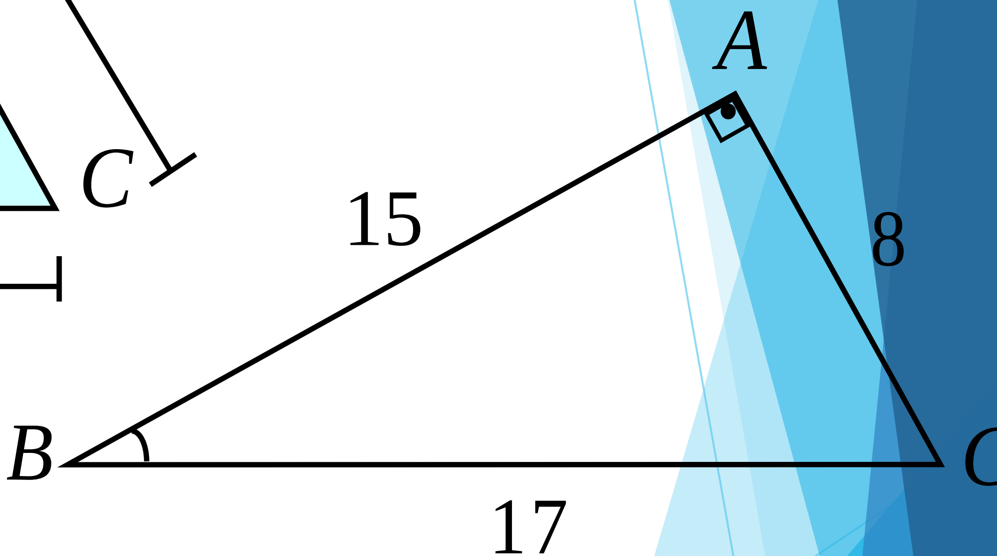


$$\frac{6}{9}=\frac{8}{x} \Rightarrow 6x=72 \Rightarrow x=12$$

Exemplo 3 - Na figura abaixo, obtenha x:

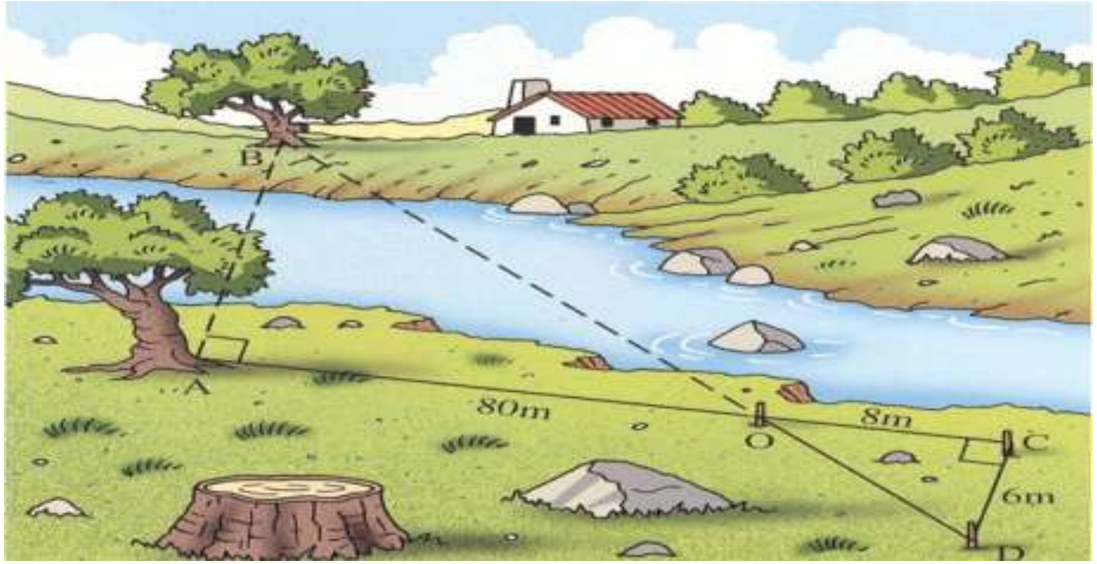


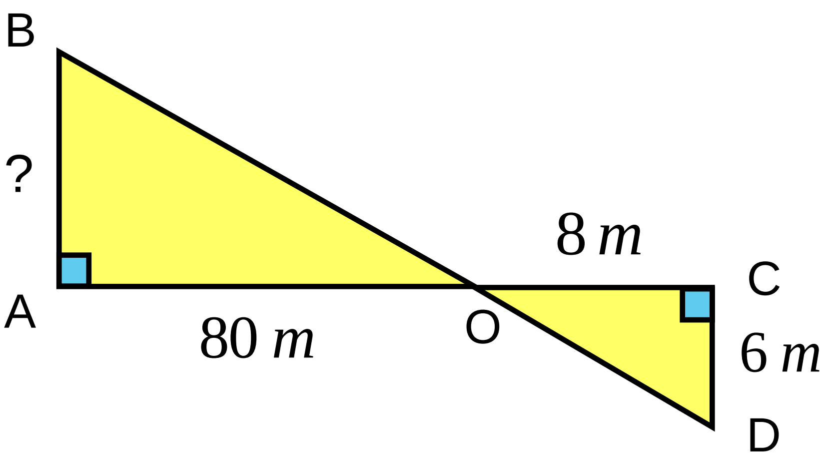




$$\frac{8}{x} = \frac{15}{5} \Rightarrow 15x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{15} \Rightarrow \boxed{x = \frac{8}{3}}$$

Para determinar a distância da árvore A à árvore B situada na outra margem do rio, marcaram-se os pontos C, D e O e efectuaram-se as medições indicadas na figura.





$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AO}}{\overline{OC}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{6} = \frac{80}{8}$$

$$\Leftrightarrow 8\,\overline{AB} = 80 \times 6$$

$$\Leftrightarrow 8\,\overline{AB} = 480$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{480}{8}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 60\ m$$